

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой МИИО
_____ Азарнова Т. В.
21.04.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.09 Дискретные и вероятностные модели

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.04.02 Прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки/специализация:

Математические основы и программирование компьютерной графики, информационные технологии в экономической деятельности, компьютерные технологии в задачах математической физики, оптимизации и управления, математическое и программное обеспечение информационных систем

3. Квалификация выпускника: магистр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Вычислительной математики и прикладных информационных технологий

6. Составители программы: Медведева Ольга Александровна, к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМиПИТ.

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета ПММ 15.04.2022, протокол №8

8. Учебный год: 2022-2023

Семестр(ы): 1

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель изучения дисциплины – сформировать у обучающихся теоретическую базу и практические навыки для разработки и анализа дискретных и вероятностных моделей сложных объектов и их применения для алгоритмизации задач в области профессиональной деятельности.

К основным задачам относятся: изучение основных классов дискретных и вероятностных моделей и прикладными задачами, для формализации которых эти модели используются; освоение современных технологий математического моделирования и алгоритмизации экстремальных дискретных задач и задач имитационного моделирования; формирование у обучающихся навыков оценки качества и адекватности разрабатываемых моделей в области профессиональной деятельности.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений (вариативная) блока Б1, к которой относится дисциплина; требования к входным знаниям, умениям и навыкам; дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей))

Дисциплина «Дискретные и вероятностные модели» входит в блок Б1 обязательной части программы магистратуры и изучается в 1 семестре. Изучение данного курса базируется на знании студентами материала дисциплин «Дискретная математика», «Теория вероятностей», «Математическая статистика», изучаемых в рамках программ подготовки бакалавра по направлениям физико-математических наук.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1	Анализирует основные классы математических моделей и современные технологии математического моделирования с целью выбора подходящей модели для решения конкретной прикладной задачи в области профессиональной деятельности.	Знать: основные классы дискретных и вероятностных задач Уметь: моделировать практические задачи дискретной оптимизации и разрабатывать алгоритмы их решения Владеть: навыками моделирования и алгоритмизации прикладных задач
		ОПК-3.3	Разрабатывает методы для оценки качества и адекватности математических моделей	Знать: универсальные методы решения дискретных и вероятностных задач, методы оценки качества составленных моделей, их достоинства и недостатки Уметь: применять на практике методы оценки качества математических моделей, методы решения дискретных и вероятностных задач, модифицировать их адекватно поставленной цели Владеть: навыками разработки, применения и модификации алгоритмов решения прикладных дискретных и вероятностных задач и алгоритмов оценки адекватности составленных моделей

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) – 5/180.

Форма промежуточной аттестации экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			1 семестр	...
Контактная работа		64	64	
в том числе:	лекции	32	32	
	практические	32	32	
	лабораторные	0	0	
	курсовая работа	0	0	
Самостоятельная работа		80	80	
Промежуточная аттестация (для экзамена)		36	36	
Итого:		180	180	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Дискретные модели	Множества и отношения. Основные алгебраические структуры и их свойства. Понятие модели и сущность моделирования. Основные типы математических моделей. Понятие дискретного множества. Характеристика дискретных моделей	Дискретные и вероятностные модели
1.2	Методы решения экстремальных дискретных задач	Методы решения экстремальных дискретных задач. Экстремальные задачи на множестве подстановок. Задачи о назначениях. Экстремальные задачи на множествах (0,1)-векторов. Решение систем булевых уравнений. Экстремальные задачи на сетях и графах	Дискретные и вероятностные модели
1.3	Задачи дискретного программирования	Основные случаи задачи дискретного линейного программирования. Задача целочисленного линейного программирования. Необходимое и достаточное условия целочисленности многогранного множества. Понятия унимодулярной и абсолютно унимодулярной матриц. Основы общих методов решения задач целочисленного программирования. Метод отсечений Гомори. Метод ветвей и границ	Дискретные и вероятностные модели
1.4	Вероятностные модели	Вероятность и вероятностная модель эксперимента. Случайные величины и случайные векторы. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин. Оценка параметров вероятностных распределений. Статистический анализ данных	Дискретные и вероятностные модели
1.5	Моделирование случайных процессов	Моделирование случайных процессов и общая схема метода Монте-Карло. Моделирование систем массового обслуживания. Имитационное моделирование. Вычислительные аспекты имитационного моделирования. Языки и системы имитационного моделирования	Дискретные и вероятностные модели
2. Практические занятия			
2.1	Дискретные модели	Множества и отношения. Понятие модели и сущность моделирования. Основные типы математических моделей. Понятие дискретного множества. Характеристика дискретных моделей	Дискретные и вероятностные модели
2.2	Методы решения экстремальных	Методы решения экстремальных дискретных задач. Экстремальные задачи на множестве подстановок.	Дискретные и вероятностные

	дискретных задач	Задачи о назначениях. Экстремальные задачи на множествах (0,1)-векторов. Задача коммивояжера, задача о ранце. Метод ветвей и границ. Решение систем булевых уравнений. Экстремальные задачи на сетях и графах	е модели
2.3	Задачи дискретного программирования	Основные случаи задачи дискретного линейного программирования. Задача целочисленного линейного программирования. Необходимое и достаточное условия целочисленности многогранного множества. Понятия унимодулярной и абсолютно унимодулярной матриц. Основы общих методов решения задач целочисленного программирования. Двойственный симплекс-метод. Метод отсечений Гомори. Метод ветвей и границ	Дискретные и вероятностные модели
2.4	Вероятностные модели	Вероятность и вероятностная модель эксперимента. Случайные величины и случайные векторы. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин. Оценка параметров вероятностных распределений. Статистический анализ данных	Дискретные и вероятностные модели
2.5	Моделирование случайных процессов	Моделирование случайных процессов и общая схема метода Монте-Карло. Моделирование систем массового обслуживания. Имитационное моделирование. Вычислительные аспекты имитационного моделирования. Языки и системы имитационного моделирования	Дискретные и вероятностные модели

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Дискретные модели	4	4	0	8	16
2	Методы решения экстремальных дискретных задач	8	8	0	20	36
3	Задачи дискретного программирования	8	8	0	20	36
4	Вероятностные модели	6	6	0	16	28
5	Моделирование случайных процессов	6	6	0	16	28
	Итого:	32	32	0	80	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др.)

Количество часов, отведенных для лекционного курса, не позволяет реализовать в лекциях всей учебной программы. Исходя из этого, каждый лектор создает свою тематику лекций, которую в устной или письменной форме представляет студентам при первой встрече. Важно студенту понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

Работая с литературой по теме занятий, делайте выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Горлач Б.А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация / Б.А. Горлач, В.Г. Шахов. – Санкт-Петербурга : Лань, 2018. – 292 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/103190
2	Ашихмин В.Н. Введение в математическое моделирование: учебное пособие / В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер, О.Б. Наймарк. – Москва : Логос, 2016. – 440 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/124880
3	Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем / Т.И. Алиев. – Санкт-Петербурга : Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, 2009. – 363 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/43651

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Леденева Т. М. Специальные главы математики. Прикладные дискретные модели : учеб. пособие / Т. М. Леденева. — Воронеж : Изд-во ВГТУ, 2000. — 98 с.
5	Шикин Е. В. Математические методы и модели в управлении : учеб. пособие для студ. вузов / Е. В. Шикин, А. Г. Чхартишвили. — Москва : Дело, 2004. — 437 с.
6	Михайлов Г. А. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло : учеб. пособие для студ. вузов / Г. А. Михайлов, А. В. Войтишек. — Москва : Academia, 2006. — 366 с.
7	Павловский Ю. Н. Имитационное моделирование : учеб. пособие для студ. вузов / Ю. Н. Павловский, Н. В. Белотелов, Ю. И. Бродский. — Москва : Академия, 2008. — 234 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
8	www.lib.vsu.ru — Зональная научная библиотека ВГУ
9	Чернышова Г. Д. Дискретные и вероятностные модели (Модели. Алгоритмы) : метод. пособие для вузов / Г. Д. Чернышова, И. Н. Булгакова. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 49 с. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-117.pdf
10	Задача о назначениях с дополнительными ограничениями : учеб.-метод. пособие для вузов / О. А. Медведева, С. Н. Медведев. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-254.pdf
11	Дискретные и вероятностные модели / О. А. Медведева. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.moodle.ru .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям и подготовку к промежуточной аттестации. Для этого рекомендуется освоить теоретический материал, соответствующих тем, по конспектам лекций и презентационному материалу, размещенному на ЭО ресурсах, литературу из представленного ниже перечня, материалы с тематических ресурсов сети Интернет.

№ п/п	Источник
1	Чернышова Г. Д. Дискретные и вероятностные модели (Модели. Алгоритмы) : метод. пособие для вузов / Г. Д. Чернышова, И. Н. Булгакова. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 49 с. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-117.pdf
2	Задача о назначениях с дополнительными ограничениями : учеб.-метод. пособие для вузов / О. А. Медведева, С. Н. Медведев. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-254.pdf

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение): (При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), семинарские занятия (проблемные, дискуссионные и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, проведения текущей аттестации, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее

разделам и т.д. При применении ЭО и ДОТ необходимо в п.15 в) указать используемые ресурсы (см. пример выше)

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы www.lib.vsu.ru и <https://e.lanbook.com>.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Дискретные и вероятностные модели», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедиа оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения). ОС Windows 10, интернет-браузер (Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (LibreOffice), Microsoft Visual Studio Community Edition (свободное и/или бесплатное ПО).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Дискретные модели	ОПК-3	ОПК-3.1	Практико-ориентированные задания
2	Методы решения экстремальных дискретных задач	ОПК-3	ОПК-3.3	Практико-ориентированные задания
3	Задачи дискретного программирования	ОПК-3	ОПК-3.3	Практико-ориентированные задания
4	Вероятностные модели	ОПК-3	ОПК-3.1	Практико-ориентированные задания
5	Моделирование случайных процессов	ОПК-3	ОПК-3.1	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				<i>Перечень вопросов</i>

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Практико-ориентированные задания/домашние задания

Перечень практико-ориентированных заданий:

Задание №1.

Для заданной матрицы найти решение задачи о назначениях, используя венгерский метод. Для поиска независимых нулей использовать метод отыскания максимального паросочетания в двудольном графе.

Задание №2.

Пусть в задаче о назначениях присутствует конкуренция, т.е. количество претендентов больше числа рабочих мест. Каждый претендент умеет выполнять только определённые виды работ,

которые можно упорядочить по предпочтительности. Построить математическую модель задачи о назначениях для этого случая. Описать алгоритм решения полученной задачи.

Задание №3.

Решить с помощью метода ветвей и границ задачу линейного целочисленного программирования.

Задание №4.

Решить задачу коммивояжёра для заданной матрицы расстояний между городами методом ветвей и границ. Для обхода дерева использовать стратегию левостороннего обхода.

Задание №5.

Решить задачу о ранце методом ветвей и границ. Для обхода дерева использовать стратегию: вниз по дереву использовать левосторонний обход, а вверх по дереву – до минимальной оценки.

Задание №6.

Найти целочисленное неотрицательное решение заданной системы неравенств, максимизирующее линейную функцию методом отсечений Гомери.

Задание №7.

Дана сеть без контуров с одним источником и одним стоком. Известны пропускные способности дуг. Требуется определить максимальный поток из источника в сток, а также дуги, составляющие минимальный разрез.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по экзаменационным билетам

Перечень вопросов для промежуточной аттестации:

1. Понятие дискретного множества. Модели дискретного программирования и их классификация.
2. Факторы, порождающие задачи дискретного программирования. Примеры.
3. Целочисленные многогранные множества. Почти целочисленные многогранные множества.
4. Понятие унимодальной и абсолютно унимодулярной матриц. Необходимое и достаточное условия абсолютной унимодулярности матрицы с элементами $\{1,0,1\}$. Примеры.
5. Основные подходы к решению задач дискретного программирования.
6. Методы поиска, использующие дерево решений (типы поиска, использование границ, функции ветвления).
7. Метод ветвей и границ для решения задач дискретного линейного программирования.
8. Метод ветвей и границ для решения задач коммивояжёра.
9. Метод ветвей и границ для решения задачи о ранце.
10. Транспортная задача. Методы нахождения начального плана перевозок. Метод потенциалов.
11. Экстремальные задачи на множестве подстановок.
12. Линейная задача о назначениях. Венгерский метод.
13. Задачи о назначениях с дополнительными ограничениями и специфическими критериями оптимальности.
14. Экстремальные задачи на графах (задача о кратчайшем пути, задача о максимальном потоке).
15. Модели сетевого программирования. Алгоритм определения временных параметров сетевого графика.
16. Обобщённый сетевой график.
17. Понятие вероятностной модели. Моделирование случайных величин.
18. Оценка параметров вероятностных распределений. Статистический анализ данных.
19. Вероятностный сетевой график.
20. Моделирование случайных процессов и общая схема метода Монте-Карло.
21. Имитационное моделирование. Вычислительные аспекты имитационного моделирования.

Инструкция по сдаче экзамена:

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретический вопрос из перечня вопросов к промежуточной аттестации №1, второй – практическое задание.

Критерии оценивания практико-ориентированных заданий:

Отлично	6-7 правильно выполненных задания
Хорошо	4-5 правильно выполненных задания
Удовлетворительно	2-3 правильно выполненных задания
Неудовлетворительно	правильно выполнено менее 2 заданий

Критерии оценивания собеседования по экзаменационным билетам:

Отлично	отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня
Хорошо	владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня
Удовлетворительно	удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач
Неудовлетворительно	неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач